

یادآوری اعداد

صمیم

سلام به دوستای عزیزم.

امسال تصمیم داریم که با هم ریاضی سال هشتم رو قدم به قدم یاد بگیریم، امیدوارم بتونیم در کنار هم یه سال تفصیلی موفق داشته باشیم 😊.

درس این جلسه به یادآوری اعداد صمیم اختصاص داده.

چند تا از مثالهای کتاب رو با هم حل می‌کنیم. در هر قسمت قبل از حل سوال، توضیحات مربوط به سوال رو براتون می‌گم.

فعالیت

۱. برای هر حرکت روی محور یک عدد بنویسید.



نکات مربوط به حل این سوال:

قانون ۱:

اگر جهت فلش حرکت به سمت راست بود، علامت + رو انتقاب می‌کنیم و اگر جهت فلش حرکت به سمت چپ بود علامت منفی رو انتقاب می‌کنیم.

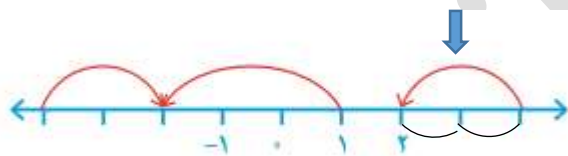
قانون ۲:

اگر فلش از یه عدد شروع شده بود و روی همون عدد موندن بود، صفر رو نشون میدن

قانون ۳:

بعد از اینکه علامت عدد رو مشخص کردیم، تعداد فوننهایی رو که حرکت کرده می‌شماریم.

می‌فوییم عددی رو که این حرکت نشون می‌ده بنویسیم:

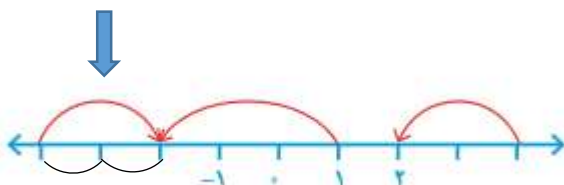


قانون ۱: جهت فلش به سمت چپ هست پس علامت عدد منفیه

قانون ۳: ما دو تا فوننه حرکت کردیم پس عددمون ۲ هست

از این دو تا نتیجه می‌گیریم عددی که این حرکت نشون میده -۲ هست.

عدد حرکت بعدی رو بنویسیم:



قانون ۱: جهت حرکت به سمت راسته پس علامت عدد مثبت

قانون ۳: دو تا فونه حرکت کردیم پس عددمون ۲ هست

از این دو تا نتیجه می‌گیریم که جواب برابر با $+۲$ هست.

با توجه به توضیحاتی که دادیم، فلش وسط هم عدد -۳ رو نشون میده

سوال بعد:

۱. جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید:

عدد صحیح	۶	-۴	$-(-۷)$	۰			۳
قرینه آن					-۸	۵	-۳

نکاتی که در اینجا وجود داره:

الف: قرینه هر عدد مثبت، همون عدد با علامت منفی میشه

ب: قرینه هر عدد منفی، همون عدد با علامت مثبت میشه

ج: مثبت = منفی \times منفی

منفی = مثبت \times منفی

مثبت = مثبت \times مثبت

نکته: جمع دو تا عدد قرینه برابر صفر میشه

با توجه به نکات گفته شده، جدول به صورت زیر تکمیل می‌شود:

عدد صحیح	۶	-۴	$-(-۷)$	۰	+۸	-۵	۳
قرینه آن	-۶	+۴	-۷	۰	-۸	۵	-۳

۲. حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید:

$$-۱۶+۱۲ =$$

$$۸-۱۲ =$$

$$-۳+۹ =$$

$$-۴-۸ =$$

$$-۳ \times ۷ =$$

$$-۸ \div (-۴) =$$

$$-۱۲ \div ۲ =$$

$$-۴ \times (-۳) =$$

توی این سوال هم جمع و تفریق اعداد صحیح رو داریم و هم ضرب و تقسیم.

هر قسمت رو توضیح میدیم و بعد سوالاتش رو حل می‌کنیم.

قوانین جمع و منها:

الف: اگر دو تا عدد هم علامت بودن، علامت مشترک رو می‌نویسیم و دو تا عدد رو با هم جمع می‌کنیم.

ب: اگر دو تا عدد علامتشون متفاوت بود، علامت عدد بزرگتر رو می‌نویسیم و دو تا عدد رو از هم کم می‌کنیم.

توجه: عددی که علامتش نوشته نمیشه یعنی یک عدد مثبت.

مثلا می‌فوییم جواب $-۱۶+۱۲$ رو به دست بیاریم:

خب این دو تا هم علامتن یا نه؟ نیستن! پس باید از قانون قسمت ب استفاده کنیم.

باید اول علامت عدد بزرگتر رو بنویسیم، عدد بزرگتر ما ۱۶ هست که علامتش منفیه.

تا اینجا متوجه شدیم که جواب ما باید علامتش منفی باشه

حالا طبق قانون قسمت ب، باید دو تا عدد رو از هم کم کنیم

۱۶ رو از ۱۲ کم کنیم حاصل چی میشه؟ ۴

از طرفی ما گفتیم که جواب ما باید علامتش منفی باشه، پس جواب نهایی ما میشه -۴

قسمت بعد:

۱-۴-

هر دو عدد هم علامتن، پس باید از قانون قسمت الف استفاده کنیم، چون هر دو عدد منفی هستن پس جواب نهایی ما هم علامتش منفیه

طبق قانون قسمت الف، حالا باید دو تا عدد رو با هم جمع کنیم یعنی ۴ رو با ۱ جمع کنیم که میشه ۱۲

علامتش رو هم گفتیم که باید منفی باشه، بنابراین جواب نهایی ما چی میشه؟ -۱۲

قسمتهای بعدی هم به همین صورت حل میشن:

$$-۳ + ۹ = +۶$$

$$۱ - ۱۲ = -۱۱$$

قوانین ضرب و تقسیم:

برای بدست آوردن ضرب و تقسیم اعداد صحیح، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

گام ۱: اولین کاری که باید انجام بدیم اینه که تعیین کنیم علامت جواب چیه؟

برای تعیین علامت جواب از این قانونها استفاده می‌کنیم:

$$\text{مثبت} = \text{منفی} \times \text{منفی}$$

$$\text{منفی} = \text{مثبت} \times \text{منفی}$$

$$\text{مثبت} = \text{مثبت} \times \text{مثبت}$$

گام ۲: آگه بین دو عدد ضرب بود که ضربشون می‌کنیم و آگه تقسیم بود تقسیم می‌کنیم.

فرض کنید که می‌فوییم جواب عبارت $(-4) \div -1$ رو به دست بیاریم، گام به گام

پیش میریم:

گام ۱: علامت جواب رو به دست میاریم.

هر دو عدد علامتشون منفیه و می‌دونیم منفی \times منفی میشه مثبت، بنابراین علامت

جواب مثبته

گام ۲: آگه بین دو عدد ضرب بود که ضربشون می‌کنیم و آگه تقسیم بود تقسیم می‌کنیم.

طبق گام ۱ باید ۱ رو بر ۴ تقسیم می‌کنیم که میشه ۲

علامت رو هم که در گام قبل به دست آوردیم بنابراین جواب نهایی میشه $+2$

بقیه قسمتها رو هم به همین صورت حل می‌کنیم:

$$-12 \div 2 = -6$$

$$-3 \times 7 = -21$$

$$-4 \times (-3) = 12$$

۳. حاصل عبارت‌ها را با توجه به ترتیب عملیات بدست آورید:

$$-۸-۳ \times ۵ = -۸-۱۵ =$$

$$-۱۶ \div ۲ \times ۳ - ۴ =$$

$$۱-۲ \times (۱-(۸-۹)) =$$

$$-۴ \div ۴ - ۴ \times ۳ =$$

قبل از حل این سوال به ترتیب عملیات دقت کنید، توجه داشته باشید که اولویت عملیات با هم متفاوتن.

۱. آگه عبارتی که قراره مناسبه کنیم پرانتز داشت، اول از همه داخل پرانتز رو مناسبه می‌کنیم.

آگه چند تا پرانتز داشتیم، از داخلی‌ترین پرانتز شروع می‌کنیم.

۲. اولویت بعدی مربوط به ضرب و تقسیمه، یعنی بعد از اینکه عبارتهای داخل پرانتزها رو به دست آوردیم میریم سراغ ضرب و تقسیم

۳. اولویت بعدی هم مربوط به جمع و تفریق

پس اینطوری شد :

اول پرانتز...دوم ضرب و تقسیم...سوم جمع و تفریق

توجه: در صورتی که در یک عبارت اولویتها یکسان باشه، یعنی مثلا همه ضرب و تقسیم باشن، در اون صورت از چپ به راست به ترتیب انجام میدیم.

حالا بریم چند تا مثال حل کنیم تا خوب یاد بگیریم:

$$- ۸ - ۳ \times ۵ =$$

خب، الان اینجا فقط ضرب داریم و تفریق، اولویت کدوم بالاتره؟ ضرب!

پس اول عبارتی که ضرب داره رو حل می‌کنیم،

$$3 \times 5 = 15$$

بنابراین:

$$- 1 - 3 \times 5 = - 1 - 15 = -23$$

بریم سوال بعدی:

$$1 - 2 \times (1 - (1-9)) =$$

اینجا هم پرانتز داریم، هم ضرب و هم تفریق

طبق مطالبی که گفتیم اولویت با کدومه؟ اول پرانتز، بعد ضرب و بعدش تفریق.

اما دو تا پرانتز داریم، از کدوم باید شروع کنیم؟ از داخلی‌ترین پرانتز

پس داریم:

$$1 - 2 \times (1 - (1-9)) = 1 - 2 \times (1 - (-1))$$

حالا میریم سراغ پرانتز بعدی :

$$1 - 2 \times (1 - (-1)) = 1 - 2 \times 2$$

الان فقط تفریق داریم و ضرب و می‌دونیم اولویت ضرب بالاتره پس ضرب رو

انجام می‌دیم:

$$1 - 2 \times 2 = 1 - 4$$

اینم که دیگه می‌تونیم حل کنیم پس نتیجه نهایی به صورت زیر میشه :

$$1 - 2 \times (1 - (1-9)) = -3$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را با روش مورد نظر خود به دست آورید.

$$-(-17)+14-13-19=$$

$$-(-7)-2+(-9)=$$

$$-18-(-4)-(-19)=$$

$$-24-97+100-23=$$

برای حل این سوال روشهای مختلفی وجود داره، من برای حل این سوال روش زیر رو بهتون پیشنهاد می‌کنم (توجه داشته باشید که این روش لزوماً بهترین روش نیست و ممکنه شما برای حل این مدل سوالها راه حل بهتری رو داشته باشید):

اگه چند تا جمع و منها پشت سر هم داشتیم برای حل اون به صورت زیر عمل می‌کنیم:

گام ۱: پرانتزها رو ساده می‌کنیم. یعنی چی؟

اگه پشت پرانتز علامتی داریم، علامت رو در عدد داخل پرانتز ضرب می‌کنیم تا به جای دو تا علامت، یه علامت داشته باشیم.

$$-(-17) + 14 - 13 - 19 =$$

مثلا در این سوال، برای ۱۷ دو تا علامت داریم، یکی پشت پرانتز، یکی هم داخل پرانتز. این دو تا علامت رو در هم ضرب می‌کنیم و پرانتز رو حذف می‌کنیم:

$$-(-17) + 14 - 13 - 19 = +17 + 14 - 13 - 19 =$$

گام ۲: اگه عددهای قرینه داشتیم، قبل از اینکه مناسبه رو ادامه بدیم، اونها رو فقط می‌زنیم.

می‌دونیم که مجموع دو عدد که قرینه هم باشن، برابر صفر میشه. بنابراین برای اینکه
مسابقاتمون طولانی نشه هزخشون می‌کنیم.

در این مثال عددهای قرینه نداریم، پس در این مرحله نیاز نیست کاری انجام بدیم.
گام ۳: عددهای هم علامت رو جدا جدا با هم جمع می‌کنیم.

یعنی چی؟ یعنی عددهای مثبت رو با هم جمع می‌کنیم و عددهای منفی رو با هم.
در اینجا دو تا عدد با علامت مثبت داریم و دو تا عدد با علامت منفی

$$+17 + 14 - 13 - 19 = +31 - 32$$

گام ۴: دو تا عدد با علامت مخالف داریم، علامت عدد بزرگتر رو می‌نویسیم و از هم
کم می‌کنیم:

$$+31 - 32 = -1$$

مثال بعد:

$$-(-7) - 2 + (-9) =$$

گام ۱: پرانتزها رو ساده می‌کنیم:

$$-(-7) - 2 + (-9) = +7 - 2 - 9$$

گام ۲: آگه عددهای قرینه داشتیم، اونها رو خط می‌زنیم. نداریم.

گام ۳: عددهای هم علامت رو با هم جمع می‌کنیم.

$$+7 - 2 - 9 = +7 - 11$$

گام ۴: علامت عدد بزرگتر رو می‌نویسیم و از هم کم می‌کنیم:

$$+7 - 11 = -4$$

مثال بعد:

$$-18 - (-4) - (-19) =$$

گام ۱: پرانتزها رو ساده می‌کنیم:

$$-18 - (-4) - (-19) = -18 + 4 + 19$$

گام ۲: اگه عددهای قرینه داشتیم، اونها رو خط می‌زنیم.

نداریم.

گام ۳: عددهای هم علامت رو با هم جمع می‌کنیم.

$$-18 + 4 + 19 = -18 + 23$$

گام ۴: علامت عدد بزرگتر رو می‌نویسیم و از هم کم می‌کنیم:

$$-18 + 23 = +5$$

مثال بعد:

$$-24 - 97 + 100 - 23 =$$

گام ۱ و ۲ رو نیاز نداریم.

$$-24 - 97 + 100 - 23 = -144 + 100 = -44$$

بعضی وقتا برای حل سوالها باید یه کم فلاقیت به فرج بدیم، مخصوصا وقتی که می‌بینیم

سوال به صورت غیر عادی طولانیه ☺

مثال زیر رو ببینیم:

فرض کنید از ما خواسته شده که جمع عددهای ۱ تا ۱۰۰ رو به دست بیاریم.

خب ما که ماشین حساب نیستیم که بفوایم جمع به این بزرگی رو انجام بدیم. پس هتما به راه حل ساده تری برایش وجود داره. با دیدن شکل زیر متوجه راه ساده تر میشیم:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 =$$

اگه عددها رو به صورتی که توی شکل می بینیم جفت جفت با هم جمع کنیم، جمع هر دو عدد برابر ۱۰۱ میشه.

خب حالا چند تا از این جفت ها داریم؟ ۵۰ تا. چرا؟

چون تعداد عددها ۱۰۰ تا بوده، پس الان ۵۰ جفت عدد داریم.

بنابراین برای به دست آوردن مجموع این اعداد کافیست که ضرب زیر رو انجام بدیم:

$$101 \times 50 = 5050$$

مثال بعد:

$$-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 =$$

یه راهش اینه که طبق گام هایی که گفتیم سوال رو حل کنیم.

ولی اگه به اعداد دقت کنیم می بینیم که یه نظم مشخصی دارن. عددهای زوجی که یکی در میون مثبت و منفی هستن. پس می تونیم به این صورت عددها رو با هم جمع کنیم:

$$-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 =$$

بنابراین حاصل نهایی به صورت زیر میشه:

$$+2 + 2 + 2 = +6$$

مثال بعد:

$$(10 - 1)(9 - 1)(8 - 1) \dots (-9 - 1)(-10 - 1) =$$

برای حل این سوال باید ۲۰ تا منها انجام بدیم و ۲۰ تا ضرب!!!! ولی مگه ما ماشین مسابیم که ازمون همپین چیزی بفوان!

چون سوال به صورت غیرعادی طولانیه، پس می فهمیم که حتما به راه حل خیلی کوتاه داره

یه کم دیگه به پرانتزها دقت می کنیم. عددهای اول پرانتز یکی یکی کم شدن، پس بین اون نقطه چین ها ما عبارت زیر رو داریم:

$$(10 - 1)(9 - 1)(8 - 1) \dots (1 - 1) \dots (-9 - 1)(-10 - 1) =$$

خب حاصل ۱-۱ چند میشه؟

از طرفی می دونیم صفر در هر عبارتی ضرب بشه، اون عبارت رو برابر صفر می کنه. بنابراین حاصل کل این عبارت هم صفره

$$(10 - 1)(9 - 1)(8 - 1) \dots 0 \dots (-9 - 1)(-10 - 1) = 0$$

دیدید چقدر راحت حل شد 😊.

پس یه وقتایی به جای انجام دادن مناسبات طولانی، فقط کافیه که به نظمی که توی صورت سوال وجود داره پی ببریم، اون وقت به راحتی می تونیم جواب رو به دست بیاریم.

آخرین سوال این جلسه رو هم با هم حل کنیم:

در جاهای خالی علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت زیر، بزرگ‌ترین مقدار ممکن شود.

$$-5 \square (-6) \square (+3) \square (-9)$$

می‌دونیم که عددهای مثبت، بزرگتر از عددهای منفی هستند. پس برای اینکه این عبارت بزرگترین مقدار ممکن بشه، باید تا جایی که می‌تونیم عددهای مثبت رو زیاد کنیم.

عدد اول که ۵- هست و کاریش نمی‌تونیم بکنیم.

عدد دوم ۶- هست ولی پشتش می‌تونیم علامت قرار بدیم، برای اینکه ۶- به ۶+ تبدیل بشه باید در چه علامتی ضرب بشه؟ علامت منفی. پس تا اینجا داریم:

$$-5 \square - (-6) \square (+3) \square (-9)$$

عدد بعدی ۳+ هست و می‌فوییم که علامتش مثبت بمونه. پس باید چه علامتی رو پشتش ضرب کنیم؟ علامت مثبت

$$-5 \square - (-6) \square + (+3) \square (-9)$$

عدد بعدی هم ۹- هست، برای اینکه علامت منفیش به مثبت تبدیل بشه، باید اونو در یه منفی ضرب کنیم:

$$-5 \square - (-6) \square + (+3) \square - (-9)$$

حالا دیگه مطمئنیم عددی که سافتیم بزرگترین عدد ممکنه:

$$-5 + 6 + 3 + 9 = 13$$

حل تمرین صفحه ۵

اعداد صحیح

تمرین

۱- عددهای خواسته شده را بنویسید.

الف) عددهای صحیح بین ۳ و ۵- را بنویسید.

ب) عددهای صحیح کوچکتر از ۴- را بنویسید.

ج) عددهای صحیح بزرگتر از ۳- را بنویسید.

اول مجموعه اعداد صحیح \mathbb{Z} را بنویسیم و بعد مجموعه‌های زیر را مشخص می‌کنیم:

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots \}$$

الف:

از بین عددهایی که توی مجموعه اعداد صحیح هستن، اونایی رو می‌فوایم بین ۳ و ۵- هستن، یعنی:

$$\{ -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2 \}$$

ب:

در اینجا عضوهایی رو می‌فوایم که از ۴- کوچکتر هستن، یعنی:

{ -۵ ، -۶ ، -۷ ، -۸ ، -۹ ، ... }

ج:

باید عددهایی رو از مجموعه اعداد صحیح انتخاب کنیم که از ۳- بزرگتر باشن، یعنی:

{ ... ، ۶ ، ۵ ، ۴ ، ۳ ، ۲ ، ۱ ، ۰ ، -۱ ، -۲ }

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال فصولی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال‌های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam8

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.